

Tentamensförberedande uppgift 2

Obs: I alla uppgifter nedan förutsätter man ett ON-koordinatsystem.

1. En av diagonalerna i en parallelogram har ändpunkterna $Q = (3, -1, 3)$ och $S = (3, 3, -4)$. Det ena av de återstående hörnen är i punkten $P = (1, 1, 2)$.

- (a) Finn det återstående hörnet.
- (b) Bestäm på formen $Ax + By + Cz + D = 0$ ekvationen för det plan som innehåller parallelogrammen.
- (c) Bestäm arean av parallelogrammen.
- (d) Bestäm vinkeln mellan sidorna PQ och PS .

2. Låt l_1 vara linjen $(x, y, z) = (2 + 2t, 2 - t, 3 + t)$, $t \in \mathbb{R}$, och låt l_2 vara skärningslinjen mellan planen $x + 2y - z = 0$ och $2x + y + z = 0$.

- (a) Bestäm ekvationen på parameterform för linjen l_2 .
- (b) Bestäm på formen $Ax + By + Cz + D = 0$ ekvationerna för de två parallella plan som innehåller l_1 respektive l_2 .

3. Låt l_1 och l_2 vara de två linjerna i uppgift 2.

- (a) Bestäm ekvationen på parameterform för den linje som skär både l_1 och l_2 vinkelrätt.
- (b) Bestäm avståndet mellan l_1 och l_2 . Finn även de punkter A och B på linjerna l_1 resp. l_2 i vilka detta avstånd antas.

4. Bestäm avståndet från punkten $P = (2, 1, 3)$ till planet $x - 2y - z = 5$. Finn även den punkten i planet som ligger närmast punkten P .

5. Den räta linjen $l : (x, y, z) = (2 + t, 1 + 3t, 3 - t)$, $t \in \mathbb{R}$, projiceras ortogonalt på planet $x - 2y - z = 5$. Bestäm ekvationen på parameterform för den linje som utgör bilden av l under projektionen.

6. Den linjära avbildningen $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ betyder geometriskt vridning med vinkeln $\frac{\pi}{2}$ moturs sett från spetsen av vektorn $(0, 1, 1)$ kring rotationsaxeln $l : (x, y, z) = (0, t, t)$ $t \in \mathbb{R}$. Bestäm standardmatrisen för F .

7. (a) Givna är vektorer $\vec{u}_1 = (2, -1, 3, 1)$, $\vec{u}_2 = (-3, 2, -5, -1)$, $\vec{u}_3 = (-4, 3, -7, -1)$, $\vec{u}_4 = (-5, 3, -8, -2)$ och $\vec{u}_5 = (2, -1, 1, 2)$ i $\mathbb{R}^4$. Vilka villkor måste vektorn $\vec{v} = (b_1, b_2, b_3, b_4) \in \mathbb{R}^4$ uppfylla för att tillhöra det linjära höljet av vektorerna $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4$ och $\vec{u}_5$?

(b) Skriv vektorn $\vec{w} = (1, 2, 1, 2)$ som en linjär kombination av vektorerna $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4$ och $\vec{u}_5$.